Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2025

PRIMER PARCIAL - 14/02/2025

Apellido y Nombre: ....

Número de Documento: .... Especialidad:...

TEMA 6

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.
- Todas las respuestas deben estar justificadas.

EJERCICIO 1: Se sabe que un rombo tiene área igual a $322\,cm^2$ y que sus diagonales difieren en $5\,cm$. Calcular el perímetro del rombo.

EJERCICIO 2:

a) Dar el conjunto solución del siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ -5x + 2y - z = 0 \\ -2x + 10z = -4 \end{cases}$$

b) Sean $f(x) = \dfrac{A}{x+2}$ y $g(x) = \dfrac{B}{x-3}$. Hallar A y B para que

$$f(x) + g(x) = \frac{2x+29}{x^2 - x - 6}$$

EJERCICIO 3: La recta $\mathbb{L}_1$ pasa por el punto de coordenadas $(-1; 2)$ y es paralela a la recta de ecuación $-6x + 2y = 1$. La recta $\mathbb{L}_2$ pasa por los puntos de coordenadas $(-1; 12)$ y $(3; 4)$. Determinar el punto de intersección entre $\mathbb{L}_1$ y $\mathbb{L}_2$.

EJERCICIO 4: El polinomio $p(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ deja el mismo resto al ser dividido por los polinomios $q(x) = x - 1$ y $r(x) = x + 2$. Hallar el valor de a.

EJERCICIO 5:

Hallar el o los puntos de intersección entre la recta de ecuación $y = -12x + 12$ y la parábola $\mathcal{P}$, gráfica de la función cuadrática cuyas raíces son 1 y -3, y pasa por el punto $(2; -15)$.

(resuelto por Sylvina)

UTN	1° parcial	tema 6
	Ingreso	14 - 2 - 25

1) Se sabe que un rombo tiene área igual a 322 cm^2 y que sus diagonales difieren en 5cm.

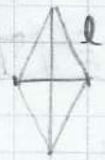
Calcular el perímetro del rombo

$\text{Área } \Diamond = \frac{D\,d}{2}$ donde D es diagonal mayor y d es diag. menor

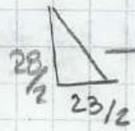
$D = 5cm + d \rightarrow A_{\Diamond} = \frac{D\,d}{2} = \frac{(5+d)\,d}{2} cm^2 = 322 \text{ cm}^2$

$d^2 + 5d - 644 = 0$

$\hookrightarrow d = 23 \text{ o } \cancel{d = -28} \longleftarrow 5d + d^2 = 644 cm^2$



$P = 4\ell \rightarrow$ hallo ℓ :



$\rightarrow \ell^2 = \left(\frac{23}{2}\right)^2 + \left(\frac{28}{2}\right)^2$

$\ell = \sqrt{\frac{529}{4} + \frac{784}{4}} = \sqrt{\frac{1313}{4}}$

$$\boxed{P = 4 \cdot \sqrt{\frac{1313}{4}} = 2\sqrt{1313} \text{ cm}^2}$$

2) a) Dar el conjunto solución del sig. sist. lineal :

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ -5x + 2y - z = 0 \\ -2x + 0 + 10z = -4 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & -1 \\ -5 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 10 & -4 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 = F_3 + F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & -1 \\ -5 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 13 & -5 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 = 5F_1 + 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 13 & -5 \\ 0 & -1 & 13 & -5 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_3 = F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 13 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{array}\right) \text{ SCI}$$

$2x - y + 3z = -1$

$-y + 13z = -5 \rightarrow \boxed{y = 13z + 5}$

$2x = -1 - 3z + \underbrace{(13z + 5)}_{y}$

$2x = 10z + 4$

$\boxed{x = 5z + 2}$

$$\begin{cases} x = 5z + 2 \\ y = 13z + 5 \\ z \rightarrow \text{variable indep} \end{cases}$$

b) Sean $f(x) = \frac{A}{x+2}$ y $g(x) = \frac{B}{x-3}$ Halla A y B para que : $f(x) + g(x) = \frac{2x + 29}{x^2 - x - 6}$

$f + g = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{A(x-3) + B(x+2)}{(x+2)(x-3)} =$

$= \frac{Ax - 3A + Bx + 2B}{x^2 - x - 6} = \frac{2x + 29}{x^2 - x - 6} \rightarrow Ax + Bx - 3A + 2B = 2x + 29$

$$\begin{cases} A + B = 2 \\ -3A + 2B = 29 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} A = -5 \\ B = 7 \end{array}}$$

(resuelto por Sylvina)

③ La recta L_1 pasa por el punto $(-1,2)$ y es paralela a la recta de ecuación $-6x+2y=1$
La recta L_2 pasa por los puntos de coord. $(-1,12)$ y $(3,4)$

Determinar el punto de intersección entre L_1 y L_2

$L_1: y_1 = mx + b \xleftarrow{m=3}$ // a $-6x+2y=1 \rightarrow 2y = 1+6x$

$y_1 = 3x + b$ $\qquad$ $y = \frac{1}{2} + 3x \leftarrow$ pendiente 3

$(-1,2) \in L \Rightarrow 2 = 3 \times (-1) + b \rightarrow b = 5$ $\qquad \boxed{L_1: y_1 = 3x+5}$

$L_2: y_2 = ax + b$

$(-1,12) \rightarrow 12 = a(-1) + b \rightarrow \begin{cases} -a+b=12 \\ 3a+b=4 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a=-2 \\ b=10 \end{matrix}$ $\quad \boxed{L_2: y_2 = -2x+10}$

$(3,4) \rightarrow 4 = a3 + b$

$P = L_1 \cap L_2 \longrightarrow y_1 = y_2$

$3x+5 = -2x+10$

$3x+2x = 10-5$

$5x = 5 \rightarrow \boxed{x=1}$ $\qquad y = 3 \times 1 + 5 = 8$

$\boxed{P = (1;8)}$

④ El polinomio $p(x) = x^3+3x^2+ax+b$ deja el mismo resto al ser dividido por los polinomios $q(x) = x-1$ y $r(x) = x+2$

Halla el valor de a

Por el teorema del resto, si divido $p(x)$ por $x-a$, el resto es $p(a)$

$$p(1) = p(-2)$$

$$1^3+3(1)^2+a \times 1+\cancel{b} = (-2)^3+3(-2)^2+a(-2)+\cancel{b}$$

$$4+a = 4-2a \rightarrow \boxed{a=0}$$

(resuelto por Sylvina)

UTN	1º Parcial	tema 6
	Ingreso	14-2-25

⑤ Hallar el o los puntos de intersección entre la recta de ecuación $y = -12x + 12$ y la parábola P gráfica de la función cuadrática cuyas raíces reales son 1 y -3 y pasa por el punto $(2, -15)$

1 y -3 son raíces $\rightarrow P(x) = a\,(x-1)(x+3) = a(x^2 + 2x - 3)$

$(2, -15) \in P \Rightarrow P(2) = -15 = a\,(2-1)(2+3) = 5a \rightarrow a = 3$

$P: p(x) = 3(x^2 + 2x - 3)$

$$\boxed{p(x) = 3x^2 + 6x - 9}$$

$\mathbb{L} \cap P: \quad -12x + 12 = 3x^2 + 6x - 9$

$0 = 3x^2 + 18x - 21 \longrightarrow \boxed{x_1 = 1, \quad x_2 = -7}$

$x = 1 \rightarrow y = -12 \times 1 + 12 = 0$

$x = -7 \rightarrow y = -12 \times (-7) + 12 = 96$

$$\boxed{P_1 = (1; 0) \quad P_2 = (-7, 96)}$$

(resuelto por Sylvina)